

Reihenschaltungen

Für die Reihenschaltung (Serieschaltung) von Widerständen im Wechselstromkreis gelten andere Gesetze als im Gleichstromkreis. Unter Widerstand verstehen wir dabei ohmsche, induktive und kapazitive Widerstände. Der Gesamtwert von ohmschen Widerständen wird wie beim Gleichstrom durch eine einfache Addition ermittelt. Schwieriger wird es jedoch, wenn Kapazitäten und Induktivitäten vorhanden sind. Bei diesen tritt eine Phasenverschiebung auf, was dazu führt, dass deren Maximalwerte nicht zur gleichen Zeit vorhanden sind.

Reihenschaltung von Kapazitäten und Induktivitäten

Wenn ein Kondensator C und eine Spule L in Reihe geschaltet werden, ist die Stromstärke phasengleich und damit überall gleich. Bei einer sinusförmigen Anregung eilt jedoch die Spannung an der Spule durch die Induktion dem Strom um 90° vor, während die Spannung am Kondensator durch das ständige Laden und Entladen um 90° nachläuft. Die beiden Spannungen sind deshalb gegeneinander gerichtet. Im Zeigerdiagramm lässt sich dieser Zusammenhang einfach darstellen (Bild 1).

In diesem sogenannten LC-Reihenschwingkreis gilt: $U = U_L - U_C$. Das bedeutet, dass die Gesamtspannung kleiner ist als die grössere Einzelspannung. Die Spannungen sind dabei frequenzabhängig. Bei einer hohen Frequenz überwiegt der induktive Blindwiderstand an der Spule, während bei einer tiefen Frequenz der kapazitive Wert grösser ist.

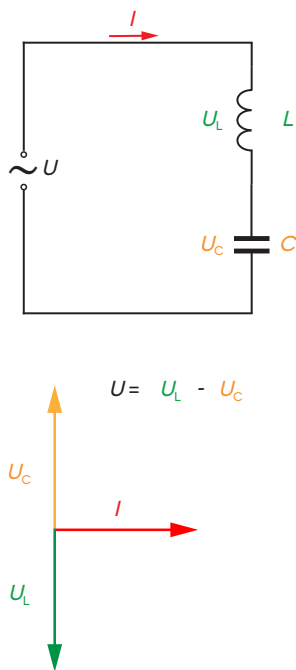


Bild 1: Bei der Reihenschaltung von Induktivität L und Kapazität C ist der Strom überall gleich. Durch die Phasenverschiebung sind die beiden Spannungen U_L und U_C gegeneinander gerichtet.

Der Gesamtwiderstand lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$X = |X_L - X_C| = \left| 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} \right|$$

Die Betragszeichen sind nötig, weil X_C grösser sein kann als X_L und deshalb eine negative Zahl entstehen würde. Da aber ein negativer Widerstand nicht möglich ist, gilt nur der Betrag. Das Minuszeichen ist in diesem Fall also wegzulassen.

Resonanzfrequenz

Bei einer bestimmten Frequenz ist der kapazitive Blindwiderstand X_C gleich gross wie der induktive Blindwiderstand X_L . Der gesamte Widerstand ist dadurch null. Das führt wiederum zu einer Überhöhung der einzelnen Spannungen über der Spule und dem Kondensator, die beispielsweise genutzt werden kann, um aus einer geringen Spannung eine wesentlich höhere zu machen.

Die dazu nötige Resonanzfrequenz f lässt sich aus der obigen Formel herleiten. X_L und X_C sind gleich gross. Also gilt:

$$X_L = X_C$$

oder:

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

Durch algebraisches Umformen ergibt der folgende Zusammenhang:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Dies wurde erstmals 1853 vom britischen Physiker William Thomson formuliert und wird deshalb auch Thomsonsche Schwingungsgleichung genannt. In der Praxis gibt es jedoch kein verlustfreies System. Im Falle des Reihenschwingkreises ist dies ein ohmscher Widerstand, der für eine Dämpfung sorgt. Zudem hat jede Spule konstruktionsbedingt auch eine gewisse Kapazität und jeder Kondensator eine bestimmte Induktivität. Ausgeprägt ist dies beispielsweise bei Wickelkondensatoren, weil deren Folien wie eine Spule aufgewickelt sind.

Reihenschaltung RLC

In der Realität hat jede LC-Schaltung einen ohmschen Widerstand. Dies muss nicht zwingend ein separates Bauteil sein, da alle Bauteile inklusive der Kabel einen ohmschen Widerstand aufweisen. Zur Vereinfachung können wir eine Schaltung zeichnen, bei der ein ohmscher Widerstand, eine Spule (Induktivität) und ein Kondensator (Kapazität) in Reihe gezeichnet sind.

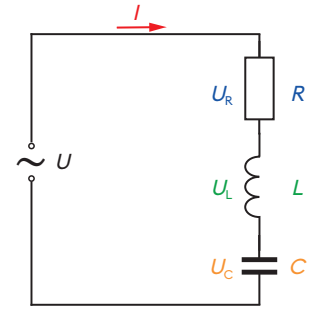


Bild 2: Der Reihenschwingkreis besteht aus einem ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L und einer Kapazität C.

Zusätzlich zum LC-Glied wird also der ohmsche Wirkwiderstand R berücksichtigt. Zur Berechnung des Scheinwiderstandes Z dient folgende Formel:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Weil in der Reihenschaltung der Strom überall gleich gross ist, muss das Verhältnis der Spannungen der Formel für den Widerstand entsprechen. Die Gesamtspannung entspricht also nicht wie beim Gleichstrom einfach der Summe der einzelnen Spannungen. Vielmehr muss die folgende Formel angewendet werden:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Die Amplituden der einzelnen Spannungen hängen stark von der Frequenz der angelegten Spannung ab. Unterhalb der Resonanzfrequenz, also der Frequenz, bei der die Blindwiderstände der Spule und des Kondensators gleich gross sind und sich aufheben, ist fast nur U_C vorhanden, während oberhalb fast nur U_L zum Tragen kommt. Bei beiden Spannungen können aber Werte gemessen werden, die deutlich über der angelegten Spannung liegen. Die Breite der Resonanzkurve ist massgeblich abhängig von der Dämpfung durch den ohmschen Widerstand. Je grösser die Dämpfung ist, desto mehr werden die Schwingungen gehemmt und desto breiter wird die Resonanzkurve.

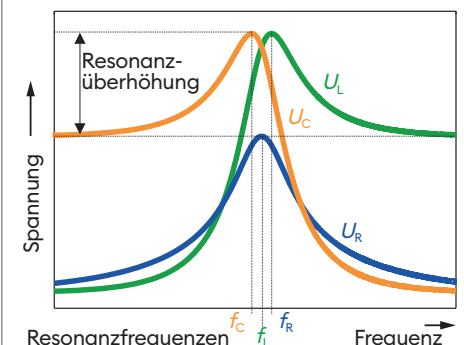


Bild 3: Resonanzkurven eines RLC-Reihenschwingkreises mit Darstellung der einzelnen Spannungen über dem Widerstand R, der Spule L und dem Kondensator C.